



L.P. Kok
Dept. of Biomedical Engineering
University of Groningen
Antonius Deusinglaan 2 | 9713 AW Groningen
The Netherlands
tel. +31 50 3634955, fax +31 50 3638875
E-mail: L.P.Kok@phys.rug.nl
http://www.phys.rug.nl/lpkok

**TENTAMEN
KWANTUMFYSICA 1**

15 juni 2004
14:00 - 17:00 uur
Hoor- en werkcollegedocenten:
prof.dr. L.P. Kok
drs. M. Eenink
drs. D. Westra.

(10 ptn.)

Opgave 0

Elke opgave (1, 2, 3, 4) op een apart vel a.u.b. Zet je naam op elk vel met je oplossingen. Zet op vel 1 bovendien duidelijk je studentnummer, adres, geboortedatum, studierichting, en jaar van aankomst. N.B.: Let op de puntenwaardering: die kan verschillen per vraagstuk!

(25 ptn.)

Opgave 1

We werken in dit probleem in één dimensie.

Een deeltje in een *symmetrische* potentiaal die alleen gebonden toestanden heeft, is aanvankelijk in een niet-stationaire toestand. Deze toestand kan ten tijde $t = 0$ als volgt in de eigenfuncties $\psi_n(x)$ van de Hamiltoniaan worden uitgedrukt:

$$\Psi(x, 0) = N[3\psi_0(x) + \psi_2(x) + 2\psi_3(x)]. \quad (1.1)$$

(ψ_0 is de grondtoestand, ψ_2 is de tweede aangeslagen toestand, ψ_3 is de derde aangeslagen toestand.) Ten tijde $t = t_0 > 0$ wordt de pariteit van dit systeem gemeten.

- Beargumenteer dat de pariteit van $\psi_n(x)$ gegeven wordt door $(-1)^n$.
- Heeft de begintoestand (1.1) een definitieve pariteit?
- Schrijf op de *genormeerde* golf functie voor $t > 0$ (voordat de pariteitsmeting is uitgevoerd).
- Is pariteit een constante van beweging van dit systeem? Verklaar.
- Wat is de kans de waarde +1 (even pariteit) te vinden in de pariteitsmeting?
- Na de pariteitsmeting met uitkomst +1 meten we de energie van het systeem. Wat is de waarschijnlijkheid de grondtoestandsenergie E_0 te meten?

(25 ptn.)

Opgave 2

A two-state quantum system has two states: $|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ and $|2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. These two states are not eigenstates of the Hamiltonian, as we can see from the Hamiltonian matrix:

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} \varepsilon & v \\ v & \varepsilon \end{pmatrix}, \quad (2.1)$$

where ε and v are real, and in fact $v \neq 0$.

- The most general state is a normalized linear combination:

$$|\Psi\rangle = a|1\rangle + b|2\rangle = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}.$$

Write down the normalization condition on a and b .

- Determine the eigenvalues and (normalized) eigenvectors of this Hamiltonian.
- The system is initially ($t = 0$) in state $|1\rangle$. What is the state at time t ? From this, determine the probability to find the system in state $|2\rangle$ at a later time t .

(20 ptn.)

Opgave 3

Gegeven is een *vrij* deeltje in één dimensie, met Hamiltoniaan $H = p^2/2m$.
Het deeltje zij beschreven door de golffunctie

$$\psi(x) = (2\pi\hbar)^{-\frac{1}{2}} \exp(i\pi x/2a). \quad (3.1)$$

- (a) Geef de mogelijke uitkomsten van een meting van de impuls p aan dit systeem.
Wat zijn de bijbehorende kansen?
Wat is de verwachtingswaarde van p ?
Geef de mogelijke uitkomsten van een meting van de energie E aan dit systeem.
Wat is de verwachtingswaarde van H ?
- (b) Wat is de verwachtingswaarde van H indien het deeltje wordt beschreven door de golffunctie

$$\psi(x) = N \exp(-x^2/2).$$

(20 ptn.)

Opgave 4

Beschouw een potentiaal van de vorm (a is positief):

$$\begin{aligned} V(x) &= \infty & x > 0 \\ &= s \frac{\hbar^2}{2m} a^{-1} \delta(x+a) & x \leq 0. \end{aligned} \quad (4.1)$$

- (a) toon aan dat de sterkteparameter s dimensieloos is.
- (b) Neem nu de sterkteparameter $s < 0$. Geef de oplossing van de Schrödingervergelijking voor $E < 0$.
- (c) Bereken de kritische sterkte s_{krit} van de potentiaal waarvoor er juist een gebonden toestand begint op te treden (d.w.z. voor $s < s_{\text{krit}}$ is er een gebonden toestand, voor $s > s_{\text{krit}}$ is er geen gebonden toestand.)